

<https://doi.org/10.21869/2223-1536-2026-16-2-218-234>

УДК 681.51

Система регулирования лучезапястного сустава с динамикой мышц представленной моделью Хилла

О. Ю. Щербак¹ ✉, А. Л. Масленников¹

¹ Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана
ул. 2-я Бауманская, д. 5, г. Москва 105005, Российская Федерация

✉ e-mail: scherbak.olga.j@bmstu.ru

Резюме

Цель исследования – построение и исследование системы регулирования биотехнической системы на примере лучезапястного сустава с использованием модели Хилла для описания динамики мышц на базе новой математической модели, способной адекватно описывать динамику мышц и сустава при движении в трёх плоскостях, включая последовательное достижение нескольких заданных угловых положений, перекрёстные связи и физиологические ограничения суставного аппарата.

Методы. Для исследования рассматриваемой биотехнической системы предлагаемая математическая модель, включающая динамику сустава в плоскостях сгибания-разгибания, приведения-отведения и пронации-супинации, которая состоит из блока динамики сустава, блоков динамики мышц и блока перекрёстных связей, учитывающих взаимосвязь движений в разных плоскостях. Динамика мышц представлена тремя парами мышц «агонист-антагонист», реализованными на основе трёхкомпонентной модели Хилла. Управляющие воздействия формируются с использованием ПИ-регуляторов по углам и угловым скоростям в каждом канале регулирования (в каждой плоскости движения).

Результаты. Проведены вычислительные эксперименты, в которых сустав последовательно перемещался в три заданных угловых положения. Полученные переходные процессы по углам и угловым скоростям демонстрируют устойчивость системы и точное достижение всех целевых положений. Анализ длин мышц и сил натяжения сухожилий показал согласованную работу пар мышц: формирование управляющего момента осуществляется за счёт изменения соотношения сил мышц агониста и антагониста.

Заключение. Полученные результаты подтверждают адекватность разработанной математической модели для описания динамики биотехнической системы на примере лучезапястного сустава и мышечно-сухожильного комплекса и демонстрируют принципиальную возможность использования предложенного подхода для моделирования биотехнических систем.

Ключевые слова: лучезапястный сустав; биотехническая система; система регулирования; модель мышц; ПИ-регулятор.

Конфликт интересов: Авторы декларируют отсутствие конфликта интересов, связанных с публикацией данной статьи.

Для цитирования: Щербак О. Ю., Масленников А. Л. Система регулирования лучезапястного сустава с динамикой мышц представленной моделью Хилла // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Управление, вычислительная техника, информатика. Медицинское приборостроение. 2026. Т. 16, № 2. С. 218–234. <https://doi.org/10.21869/2223-1536-2026-16-2-218-234>.

Поступила в редакцию 10.04.2026

Подписана в печать 08.05.2026

Опубликована 30.06.2026

Wrist joint control system with muscle dynamics represented by Hill's model

Olga Yu. Scherbak¹✉, Andrey L. Maslennikov¹

¹ Bauman Moscow State Technical University
2nd Baumanskaya Str. 5, Moscow 105005, Russian Federation

✉ e-mail: scherbak.olga.j@bmstu.ru

Abstract

The purpose of the research is to construct and research a biotechnical control system using the Hill model for describing muscle dynamics, using the wrist joint as an example. The model is based on a new mathematical model capable of adequately describing muscle and joint dynamics during motion in three planes, including the sequential achievement of several predetermined angular positions, cross-couplings, and the physiological limitations of the wrist joint.

Methods. To study the considered biotechnical system, a mathematical model is proposed that includes the dynamics of the joint in the planes of flexion, extension, abduction, and supination, which consists of a block of joint dynamics, blocks of muscle dynamics, and a block of criss-cross connections that take into account the relationship of movements in different planes. The dynamics of muscles is represented by three pairs of "agonist antagonist" muscles implemented on the basis of the three-component Hill model. Control actions are formed using PI regulators for angles and angular velocities in each control channel (in each plane of motion).

Results. Computational experiments were performed where the wrist joint was sequentially moved to three predetermined angular positions. The resulting transient responses for angles and angular velocities demonstrated the system's stability and the precise achievement of all target positions. Analysis of muscle lengths and tendon tension forces revealed the coordinated action of muscle pairs: the control torque is generated by changing the ratio of agonist and antagonist muscle forces.

Conclusion. The obtained results confirm the adequacy of the developed mathematical model for describing the dynamics of a biotechnical system using the wrist joint and muscle-tendon complex as an example and demonstrate the fundamental feasibility of using the proposed approach for modeling biotechnical systems.

Keywords: wrist joint; biotechnical system; control systems; muscle model; PI controller.

Conflict of interest: The authors declares no conflict of interest related to the publication of this article.

For citation: Scherbak O.Yu., Maslennikov A.L. Wrist joint control system with muscle dynamics represented by Hill's model. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika, informatika. Meditsinskoe priborostroenie* = *Proceedings of the Southwest State University. Series: Control, Computer Engineering, Information Science. Medical Instruments Engineering*. 2026;16(2):218–234. (In Russ.) <https://doi.org/10.21869/2223-1536-2026-16-2-218-234>.

Received 10.04.2026

Accepted 08.05.2026

Published 30.06.2026

Введение

Лучезапястный сустав, реализующий движения в нескольких плоскостях, представляет особый интерес как объект моделирования и инженерного

воспроизведения для разработки экзопротезов [1]. Его функциональная сложность, обусловленная сочетанием нескольких степеней свободы и взаимодействием костных, связочных и

мышечных структур, требует формализованного описания при создании технических систем различного назначения. Для проектирования биотехнических систем на примере лучезапястного сустава необходимо формирование адекватной математической модели и системы управления [2].

Существует несколько подходов к построению математических моделей лучезапястного сустава. В многотельных моделях сустав рассматривается как система твёрдых тел с шарнирами, контактами и связочными ограничениями [3]. Для анализа распределения напряжений и контактных давлений [4] используют трёхмерные модели костей, хрящей и связок, построенные с использованием метода конечных элементов [5]. Например, в [1] представлена высокоанатомичная модель лучезапястного сустава, учитывающая кости и мягкие ткани. Однако трёхмерные модели сложны, ресурсоёмки и неудобны для синтеза управления или анализа динамики системы. Вместо них применяют более простые в реализации кинематические модели, описывающие движение костей через геометрические связи и ограничения. Так, в работе [6] рассматривают кости запястья как сеть взаимодействующих сегментов и исследуют относительные движения костей запястья во время активных движений. Помимо этого, в качестве моделей лучезапястного сустава целесообразно рассмотреть различные модели экзопротезов руки: модель с пневматическими приводами [7] или модель на основе параллельных кинематических архитектур [8].

Мышцы являются исполнительным органом рассматриваемой биотехниче-

ской системы, формирующим усилия и движения в суставе, поэтому для их описания также необходимы адекватные математические модели. Для моделирования мышц используются различные подходы, отличающиеся степенью физиологической достоверности и сложностью реализации [9]. Высокой физиологической точностью обладают модели Хаксли [10], которые учитывают биофизику сокращения, однако они сложны для моделирования. Модели на основе метода конечных элементов [11] рассматривают мышцы как трёхмерное деформируемое тело с активной и пассивной механикой, учитывают неоднородность тканей и распределение сил и применяются преимущественно при моделировании травм или хирургических вмешательств [12]. Для описания мышечно-скелетных моделей конечностей, оценки суставных моментов и систем с большим числом мышц используют модели мышц Хилла [13], которые не учитывают биохимические процессы, однако стали стандартом в биомеханике благодаря достаточно адекватному описанию динамики мышечного сокращения [14]. Наиболее распространена трёхкомпонентная модель Хилла [15], которую для повышения точности можно модифицировать [16], введя учёт мышечного утомления, типов волокон, динамики активации мышц [17].

Комплексные модели лучезапястного сустава, включающие как динамику сустава, так и динамику мышц, представляют сегодня особый интерес в исследованиях. Например, в [18] предложена модель лучезапястного сустава с учётом динамики пяти основных мышц предплечья, что позволяет оценивать влияние отдельных мышц на формиро-

вание управляющих моментов и характер движения в суставе. В [19] представлена модель опорно-двигательного аппарата, объединяющая мышечную модель Хилла с кинематической моделью запястья, которая позволяет проводить анализ движений по принципам зеркального билатерального управления. Модель запястных костей, представленная в [20], интегрирована с мышечной моделью на основе модели Хилла, что обеспечивает анализ координации мышц и формирования управляющих моментов в суставе.

В [21] авторами была предложена система регулирования биотехнической системы на примере лучезапястного сустава с движением в плоскостях приведения-отведения и растяжения-сжатия, при этом динамика мышц аппроксимировалась дифференциальным уравнением первого порядка. Хотя такая модель позволяла воспроизводить базовые переходные процессы, она была ограничена по числу плоскостей движения и

упрощённо описывала мышечную динамику. В данной работе модель существенно расширена: добавлена динамика движения в плоскости пронации-супинации, а для описания динамики мышц предлагается модификация модели мышц на основе трёхкомпонентной модели Хилла, что позволяет более точно учитывать активную работу мышц и их взаимодействие с суставом. Предлагаемая модель объединяет кинематику сустава и динамику мышц в единую систему, обеспечивая реалистичное формирование управляющих моментов.

Материалы и методы

Математическая модель системы регулирования биотехнической системы на примере лучезапястного сустава состоит из трёх каналов, блоков динамики мышц, блока динамики сустава и блока перекрёстных связей. Рассмотрим функциональную схему модели (рис. 1).

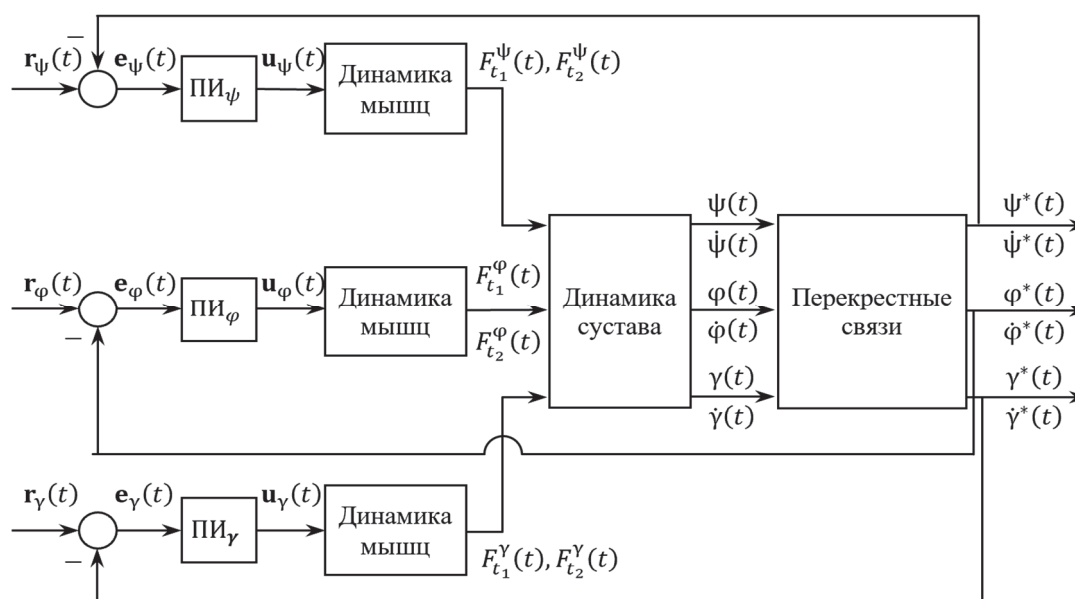


Рис. 1. Функциональная схема системы регулирования биотехнической системы на примере лучезапястного сустава

Fig. 1. Functional diagram of the control system for the biotechnical systems based on the wrist joint

На рисунке 1 введены следующие обозначения: $\psi, \dot{\psi}, \varphi, \dot{\varphi}, \gamma, \dot{\gamma}$ – угол и угловая скорость в плоскостях приведения-отведения, растяжения-сжатия, пронации-супинации соответственно (далее ψ, φ, γ в индексах обозначают принадлежность к соответствующей плоскости), рад и рад/с; $\mathbf{r}_\psi, \mathbf{r}_\varphi, \mathbf{r}_\gamma$ – входные воздействия, рад и рад/с; $\mathbf{e}_\psi, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_\gamma$ – ошибки и управляющие сигналы; $m_\psi, m_\varphi, m_\gamma$ – управляющие моменты; ПИ – блоки формирования управляющих сигналов.

В общем случае в качестве входных воздействий рассматриваются заданные углы $r_\psi, r_\varphi, r_\gamma$ и угловые скорости $r_{\dot{\psi}}, r_{\dot{\varphi}}, r_{\dot{\gamma}}$ поворота биотехнической системы на примере лучезапястного сустава. Следовательно, векторы входных воздействий $\mathbf{r}_\psi, \mathbf{r}_\varphi, \mathbf{r}_\gamma$ и ошибок $\mathbf{e}_\psi, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_\gamma$ имеют следующий вид:

$$\mathbf{r}_\psi = \begin{bmatrix} r_\psi \\ r_{\dot{\psi}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_\varphi = \begin{bmatrix} r_\varphi \\ r_{\dot{\varphi}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_\gamma = \begin{bmatrix} r_\gamma \\ r_{\dot{\gamma}} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{e}_\psi = \begin{bmatrix} e_\psi \\ e_{\dot{\psi}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{e}_\varphi = \begin{bmatrix} e_\varphi \\ e_{\dot{\varphi}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{e}_\gamma = \begin{bmatrix} e_\gamma \\ e_{\dot{\gamma}} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Динамика сустава при движении в трёх плоскостях описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \ddot{\psi} = \left(-G_\psi \cos \gamma + r_p F_{t_\psi} + \right. \\ \quad \left. + M_{p_\psi} + M_{d_\psi} + q_{\dot{\psi}} \dot{\psi} + q_{\dot{\psi}} \dot{\gamma} \right) / J_\psi, \\ \ddot{\varphi} = \left(-G_\varphi \sin \gamma + r_p F_{t_\varphi} + \right. \\ \quad \left. + M_{p_\varphi} + M_{d_\varphi} + q_{\dot{\varphi}} \dot{\varphi} + q_{\dot{\varphi}} \dot{\gamma} \right) / J_\varphi, \\ \ddot{\gamma} = \left(r_p F_{t_\gamma} + M_{p_\gamma} + \right. \\ \quad \left. + M_{d_\gamma} + q_{\dot{\gamma}} \dot{\gamma} + q_{\dot{\gamma}} \dot{\psi} \right) / J_\gamma, \end{cases} \quad (2)$$

где G_ψ, G_φ – моменты силы тяжести; r_p – радиус сустава; $F_{t_\psi}, F_{t_\varphi}, F_{t_\gamma}$ – результирующие силы натяжения сухожилий; $M_{p_\psi}, M_{p_\varphi}, M_{p_\gamma}$ – пассивные моменты сустава; $M_{d_\psi}, M_{d_\varphi}, M_{d_\gamma}$ – моменты демпфирования сустава; $J_\psi, J_\varphi, J_\gamma$ – моменты инерции; $q_{\dot{\psi}\dot{\varphi}}, q_{\dot{\psi}\dot{\gamma}}, q_{\dot{\varphi}\dot{\psi}}, q_{\dot{\varphi}\dot{\gamma}}, q_{\dot{\gamma}\dot{\psi}}, q_{\dot{\gamma}\dot{\varphi}}$ – коэффициенты перекрёстных связей по угловым скоростям.

Пассивные моменты сустава [22] описываются экспоненциальными зависимостями [23], отражающими сопротивление связочного аппарата при приближении к пределам диапазона движений:

$$\begin{aligned} M_{p_\psi} &= k_{1_\psi} \exp(-k_{2_\psi} (\psi - \psi_{\max})) - \\ &\quad - k_{4_\psi} \exp(-k_{5_\psi} (\psi_{\min} - \psi)), \\ M_{p_\varphi} &= k_{1_\varphi} \exp(-k_{2_\varphi} (\varphi - \varphi_{\max})) - \\ &\quad - k_{4_\varphi} \exp(-k_{5_\varphi} (\varphi_{\min} - \varphi)), \\ M_{p_\gamma} &= k_{1_\gamma} \exp(-k_{2_\gamma} (\gamma - \gamma_{\max})) - \\ &\quad - k_{4_\gamma} \exp(-k_{5_\gamma} (\gamma_{\min} - \gamma)), \end{aligned} \quad (3)$$

где k_1, k_2, k_4, k_5 – параметры кривой сопротивления сустава; $\psi_{\max}, \varphi_{\max}, \gamma_{\max}, \psi_{\min}, \varphi_{\min}, \gamma_{\min}$ – минимальные и максимальные физиологические углы поворота в соответствующей плоскости.

Моменты демпфирования сустава, обусловленные вязкостью синовиальной жидкости и мягких тканей, предполагаются линейно зависящими от угловой скорости [24]:

$$\begin{aligned} M_{d_\psi} &= -B_{d_\psi} \dot{\psi}, \\ M_{d_\varphi} &= -B_{d_\varphi} \dot{\varphi}, \end{aligned}$$

$$M_{d_{\dot{\gamma}}} = -B_{d_{\dot{\gamma}}} \dot{\gamma}, \quad (4)$$

где $B_{d_{\psi}}$, $B_{d_{\phi}}$, $B_{d_{\dot{\gamma}}}$ – коэффициенты демпфирования сустава.

Силы натяжения сухожилий $F_{t_{\psi}}$, $F_{t_{\phi}}$, $F_{t_{\dot{\gamma}}}$ определяются на основе модели мышечного аппарата. В работе предла-

гается модификация модели пары мышц (агонист-антагонист) [25] на основе трёхкомпонентной мышечно-сухожильной модели Хилла (рис. 2), которая учитывает инерционные, упругие и диссипативные свойства мышечно-сухожильного комплекса.

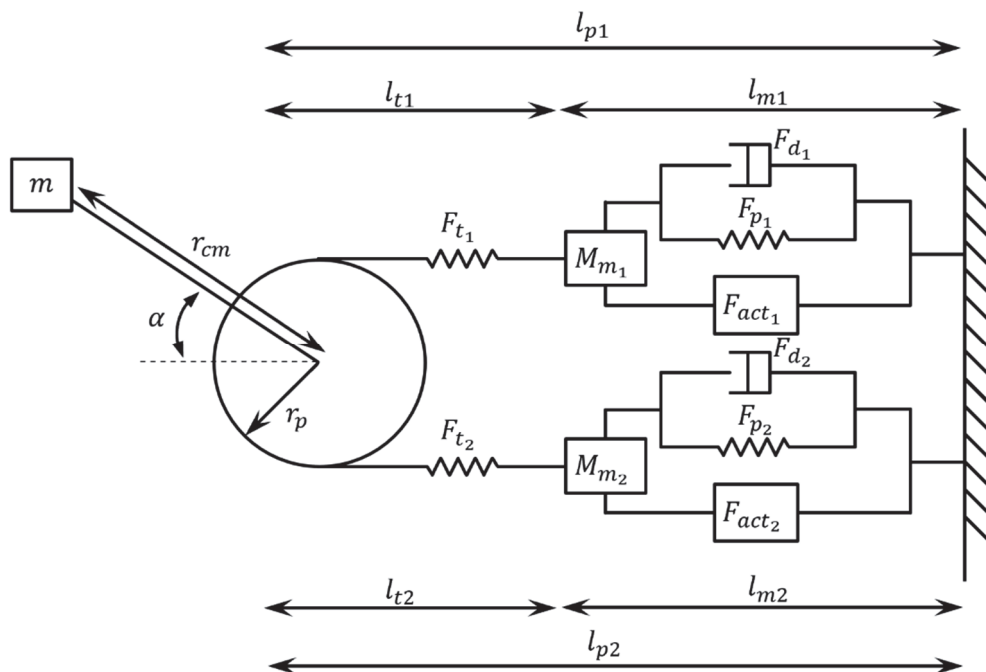


Рис. 2. Модель пары мышц на основе трёхкомпонентной мышечно-сухожильной модели Хилла

Fig. 2. A muscle model based on Hill's three-component musculoskeleton model

На рисунке 2 введены следующие обозначения: индекс $i=1$ соответствует мышце-агонисту, а $i=2$ – антагонисту; α – угол отклонения сустава; l_m – длина мышцы; l_t – длина сухожилия; l_p – длина мышечно-сухожильного комплекса, $l_p = l_t + l_m$; F_t – сила натяжения сухожилия; F_{act} – сила сократительного элемента; F_p – сила параллельного эластичного элемента; F_d – сила параллельного демпфирующего элемента;

M_m – масса мышцы; r_{cm} – расстояние от оси лучезапястного сустава до центра масс кисти руки; m – масса кисти руки.

В такой конфигурации результирующие силы сухожилий в каждой плоскости определяются как разность сил агониста и антагониста:

$$\begin{aligned} F_{t_{\psi}} &= F_{t_{\psi 1}} - F_{t_{\psi 2}}, \\ F_{t_{\phi}} &= F_{t_{\phi 1}} - F_{t_{\phi 2}}, \\ F_{t_{\dot{\gamma}}} &= F_{t_{\dot{\gamma} 1}} - F_{t_{\dot{\gamma} 2}}. \end{aligned} \quad (5)$$

Динамика пары мышц (агониста и антагониста) описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{F}_{t_1} = K_{t_1}(-r_p \dot{\alpha} - \dot{l}_{m_1}), \\ \ddot{l}_{m_1} = \frac{F_{t_1} - F_{act_1} - F_{p_1} - F_{d_1}}{M_{m_1}}, \\ \dot{a}_1 = \frac{1}{\tau}(u_1 - a_1), \\ \dot{F}_{t_2} = K_{t_2}(r_p \dot{\alpha} - \dot{l}_{m_2}), \\ \ddot{l}_{m_2} = \frac{F_{t_2} - F_{act_2} - F_{p_2} - F_{d_2}}{M_{m_2}}, \\ \dot{a}_2 = \frac{1}{\tau}(u_2 - a_2), \end{cases} \quad (6)$$

где K_t – дифференциальная жесткость сухожилия; a – сигнал активации мышцы; u – управляющий сигнал; τ – постоянная времени задержки.

Дифференциальная жесткость сухожилия, зависит от текущего натяжения сухожилия [22]:

$$K_t = \begin{cases} k_{te} F_t + k_{tl}, & 0 \leq F_t \leq F_{tc}, \\ k_t, & F_t > F_{tc}, \\ k_c, & \text{в других случаях,} \end{cases} \quad (7)$$

где k_{te} , k_{tl} – параметры экспоненциальной жесткости сухожилия на начальном участке растяжения; k_t – линейная жесткость сухожилия при больших нагрузках; k_c – незначительная жесткость сухожилия на сжатие; F_{tc} – сила, при которой эластичность сухожилия изменяется от экспоненциальной до равномерной.

Сила сократительного элемента зависит от уровня активации и механических условий сокращения – длины и скорости мышцы [26]:

$$F_{act} = F_{\max} a F_l F_v, \quad (8)$$

где $F_{\max}$ – максимальное изометрическое усилие, которое может быть создано сократительным элементом; F_l – соотношение сила-длина; F_v – соотношение сила-скорость, которые имеют вид:

$$\begin{aligned} F_l &= 1 - \left(\frac{l_m / l_{\text{opt}} - 1}{\Omega} \right)^2, \\ F_v &= \sqrt[3]{\frac{\dot{l}_m}{V_{\max}}} + 1, \end{aligned} \quad (9)$$

где l_m – длина мышцы; l_{opt} – оптимальная длина мышцы; Ω – относительная ширина кривой соотношения сила-длина; $\dot{l}_m$ – скорость изменения длины мышцы; $V_{\max}$ – максимальная скорость мышечного сокращения.

Сила параллельного эластичного элемента описывается кусочно-заданной функцией с экспоненциальным и линейным участками [27]:

$$F_p = \begin{cases} \frac{k_{ml}}{k_{me}} (\exp(k_{me}(l_m - l_{ms})) - 1), & l_{ms} \leq l_m \leq l_{mc}, \\ k_m (l_m - l_{mc}) + F_{mc}, & l_m > l_{mc}, \\ 0, & \text{в других случаях,} \end{cases} \quad (10)$$

где k_{me} , k_{ml} – параметры экспоненциальной жесткости параллельного эластичного элемента при растяжении; k_m – линейная жесткость параллельного эластичного элемента при больших деформациях; l_{ms} – длина мышцы в ненапряженном состоянии; l_{mc} , F_{mc} – длина и усилие, при которых упругость параллельного эластичного элемента изменяется от экспоненциальной к линейной.

Сила параллельного демпфирующего элемента предполагается линейно-вязкой [28]:

$$F_d = B_m \dot{l}_m, \quad (11)$$

где B_m – коэффициент демпфирования мышцы.

Сигналы активации мышц a_{ψ_1} , a_{ψ_2} , a_{ϕ_1} , a_{ϕ_2} , a_{γ_1} , a_{γ_2} вычисляются на основе управляющих сигналов следующим образом:

$$a_1 = \min \left(\max \left(\frac{u}{u_{\max}}, 0 \right), 1 \right),$$

$$a_2 = \min \left(\max \left(\frac{-u}{u_{\max}}, 0 \right), 1 \right), \quad (12)$$

где $u_{\max}$ – максимальное значение управляющего сигнала.

Управляющие сигналы u_{ψ} , u_{ϕ} и u_{γ} предлагается формировать как ПИ-законы регулирования следующим образом:

$$u_{\psi} = K_{p_{\psi}} e_{\psi} + K_{i_{\psi}} \int_0^t e_{\psi}(\tau) d\tau +$$

$$+ K_{p_{\dot{\psi}}} e_{\dot{\psi}} + K_{i_{\dot{\psi}}} \int_0^t e_{\dot{\psi}}(\tau) d\tau,$$

$$u_{\phi} = K_{p_{\phi}} e_{\phi} + K_{i_{\phi}} \int_0^t e_{\phi}(\tau) d\tau +$$

$$+ K_{p_{\dot{\phi}}} e_{\dot{\phi}} + K_{i_{\dot{\phi}}} \int_0^t e_{\dot{\phi}}(\tau) d\tau,$$

$$u_{\gamma} = K_{p_{\gamma}} e_{\gamma} + K_{i_{\gamma}} \int_0^t e_{\gamma}(\tau) d\tau +$$

$$+ K_{p_{\dot{\gamma}}} e_{\dot{\gamma}} + K_{i_{\dot{\gamma}}} \int_0^t e_{\dot{\gamma}}(\tau) d\tau, \quad (13)$$

где $K_{p_{\psi}}$, $K_{i_{\psi}}$, $K_{p_{\dot{\psi}}}$, $K_{i_{\dot{\psi}}}$, $K_{p_{\phi}}$, $K_{i_{\phi}}$, $K_{p_{\dot{\phi}}}$, $K_{i_{\dot{\phi}}}$, $K_{p_{\gamma}}$, $K_{i_{\gamma}}$, $K_{p_{\dot{\gamma}}}$, $K_{i_{\dot{\gamma}}}$ – коэффици-

енты системы регулирования, настройка которых осуществляется согласно подходу, предложенному в работе [29].

Таким образом, полная математическая модель представляет собой систему из 21 дифференциального уравнения (3 уравнения динамики сустава, 18 уравнений мышечной динамики). Для численного моделирования система приводится к нормальной форме Коши (системе дифференциальных уравнений первого порядка) и может быть описана следующим вектором фазовых переменных:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \psi & \dot{\psi} & F_{t1_{\psi}} & l_{m1_{\psi}} & \dot{l}_{m1_{\psi}} & a_{1_{\psi}} & F_{t2_{\psi}} & l_{m2_{\psi}} & \dot{l}_{m2_{\psi}} & a_{2_{\psi}} & \phi & \dot{\phi} & F_{t1_{\phi}} & l_{m1_{\phi}} & \dot{l}_{m1_{\phi}} & a_{1_{\phi}} & F_{t2_{\phi}} & l_{m2_{\phi}} & \dot{l}_{m2_{\phi}} & a_{2_{\phi}} & \gamma & \dot{\gamma} & F_{t1_{\gamma}} & l_{m1_{\gamma}} & \dot{l}_{m1_{\gamma}} & a_{1_{\gamma}} & F_{t2_{\gamma}} & l_{m2_{\gamma}} & \dot{l}_{m2_{\gamma}} & a_{2_{\gamma}} \end{bmatrix}^T. \quad (14)$$

Учет перекрестных связей реализуется умножением вектора углов на каждом шаге моделирования на матрицу трансформации следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \psi \\ \phi \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & q_{\phi\psi} & q_{\gamma\psi} \\ q_{\psi\phi} & 1 & q_{\gamma\phi} \\ q_{\psi\gamma} & q_{\phi\gamma} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi \\ \phi \\ \gamma \end{bmatrix}, \quad (15)$$

где $q_{\phi\psi}$, $q_{\gamma\psi}$, $q_{\psi\phi}$, $q_{\gamma\phi}$, $q_{\psi\gamma}$, $q_{\phi\gamma}$ – коэффициенты перекрёстных связей по углам.

Результаты и их обсуждение

Для проверки предложенной математической модели системы регулирования биотехнической системы на примере лучезапястного сустава были проведены вычислительные эксперименты. Основные параметры модели приведены в таблицах 1 и 2.

Таблица 1. Параметры модели [20]

Table 1. Model parameters [20]

Параметр	Значение	Параметр	Значение
$k_{1\psi}, k_{1\phi}, k_{1\gamma}, k_{4\psi}, k_{4\phi}, k_{4\gamma}, \text{Н}\cdot\text{м}$	1	$q_{\phi\psi}, \text{рад}$	0,0869
$k_{2\psi}, k_{2\phi}, k_{2\gamma}, k_{5\psi}, k_{5\phi}, k_{5\gamma}, \text{рад}^{-1}$	6,5	$q_{\gamma\psi}, q_{\psi\gamma}, \text{рад}$	0,0017
$\Psi_{\max}, \Phi_{\max}, \gamma_{\max}, \text{рад}$	1,6	$q_{\phi\dot{\psi}}, \text{рад/с}$	0,0869
$\Psi_{\min}, \Phi_{\min}, \gamma_{\min}, \text{рад}$	-1,6	$q_{\dot{\gamma}\psi}, q_{\dot{\psi}\gamma}, \text{рад/с}$	0,0017
$J_{\psi}, J_{\phi}, J_{\gamma}, \text{кг}\cdot\text{м}^2$	0,002	$q_{\psi\phi}, \text{рад}$	0,0203
$B_{d\psi}, B_{d\phi}, B_{d\gamma}, \text{Н}\cdot\text{с/м}$	0,9	$q_{\dot{\phi}\psi}, q_{\dot{\psi}\phi}, \text{рад/с}$	0,0040
$K_{p\psi}, K_{p\phi}, K_{p\gamma}$	150	$q_{\dot{\psi}\dot{\phi}}, \text{рад/с}$	0,0203
$K_{i\psi}, K_{i\phi}, K_{i\gamma}$	0,5	$q_{\dot{\phi}\dot{\psi}}, q_{\dot{\psi}\dot{\phi}}, \text{рад/с}$	0,0040
$K_{p\dot{\psi}}, K_{p\dot{\phi}}, K_{p\dot{\gamma}}$	15	$r_p, \text{м}$	0,015
$K_{i\dot{\psi}}, K_{i\dot{\phi}}, K_{i\dot{\gamma}}$	0,01	$r_{cm}, \text{м}$	0,08
$m, \text{кг}$	0,4		

Таблица 2. Параметры модели мышц**Table 2.** Muscle model parameters

Параметр	Мышца					
	отведение	приведение	разгибание	сгибание	супинация	пронация
$k_{te}, \text{м}^{-1}$	300	300	290	270	200	200
$k_{tl}, \text{Н/м}$	3000	3000	2900	2700	2000	2000
$k_t, \text{Н/м}$	30000	30000	29000	27000	20000	20000
$k_c, \text{Н/м}$	5	5	5	5	5	5
$F_{tc}, \text{Н}$	30	30	30	30	30	30
$F_{\max}, \text{Н}$	550	500	510	550	500	500
$l_{mopt}, \text{м}$	0,07	0,061	0,062	0,065	0,065	0,065
ω	0,55	0,55	0,55	0,55	0,55	0,55
$V_{\max}, \text{м/с}$	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
$k_{me}, \text{м}^{-1}$	40	40	40	40	40	40
$k_{ml}, \text{Н/м}$	52,38	54,65	29,61	32,81	57,97	57,97
$k_m, \text{Н/м}$	261,90	273,22	296,13	328,10	289,86	289,86
$F_{mc}, \text{Н}$	11	10	9,18	10,45	10	10
$l_{mc}, \text{м}$	0,0910	0,0793	0,0837	0,0871	0,0845	0,0845
$B_m, \text{Н}\cdot\text{с/м}$	20	20	20	20	20	20
$M_m, \text{кг}$	0,4	0,4	0,35	0,4	0,3	0,3

В ходе моделирования осуществлялось последовательное перемещение биотехнической системы в заданные положения. В качестве целевых были заданы следующие значения углов поворота: первая точка: $\psi = 30^\circ$, $\varphi = 20^\circ$, $\gamma = 0^\circ$; вторая точка: $\psi = 10^\circ$, $\varphi = -5^\circ$,

$\gamma = 10^\circ$; третья точка: $\psi = -40^\circ$, $\varphi = 50^\circ$, $\gamma = -10^\circ$. Полученные переходные процессы по углам и угловым скоростям представлены ниже (рис. 3), видно, что задача регулирования решается, система плавно перемещается из начального положения в заданные.

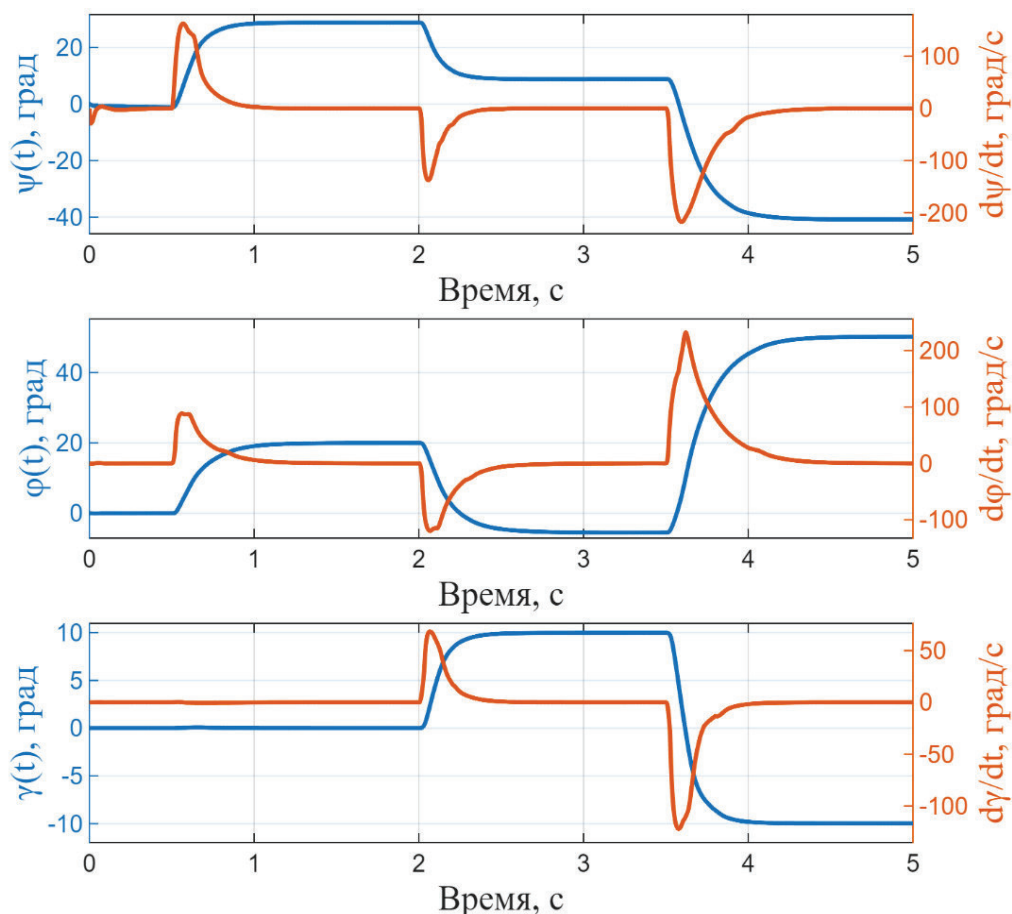


Рис. 3. Переходные процессы системы регулирования биотехнической системы на примере лучезапястного сустава

Fig. 3. Transient responses of the control system for the biotechnical system based on the wrist joint

Рассмотрим изменения длин мышц и соответствующие силы натяжения сухожилий для каждой пары мышц (рис. 4). Из графиков видно, что при перемещении сустава в заданном направлении происходит сокращение мышцы-агониста и одновременное удлинение

мышцы-антагониста. При этом сила натяжения сухожилия агониста возрастает, тогда как сила антагониста уменьшается по сравнению с агонистом. Разность этих сил формирует результирующий момент в соответствующей плоскости движения.

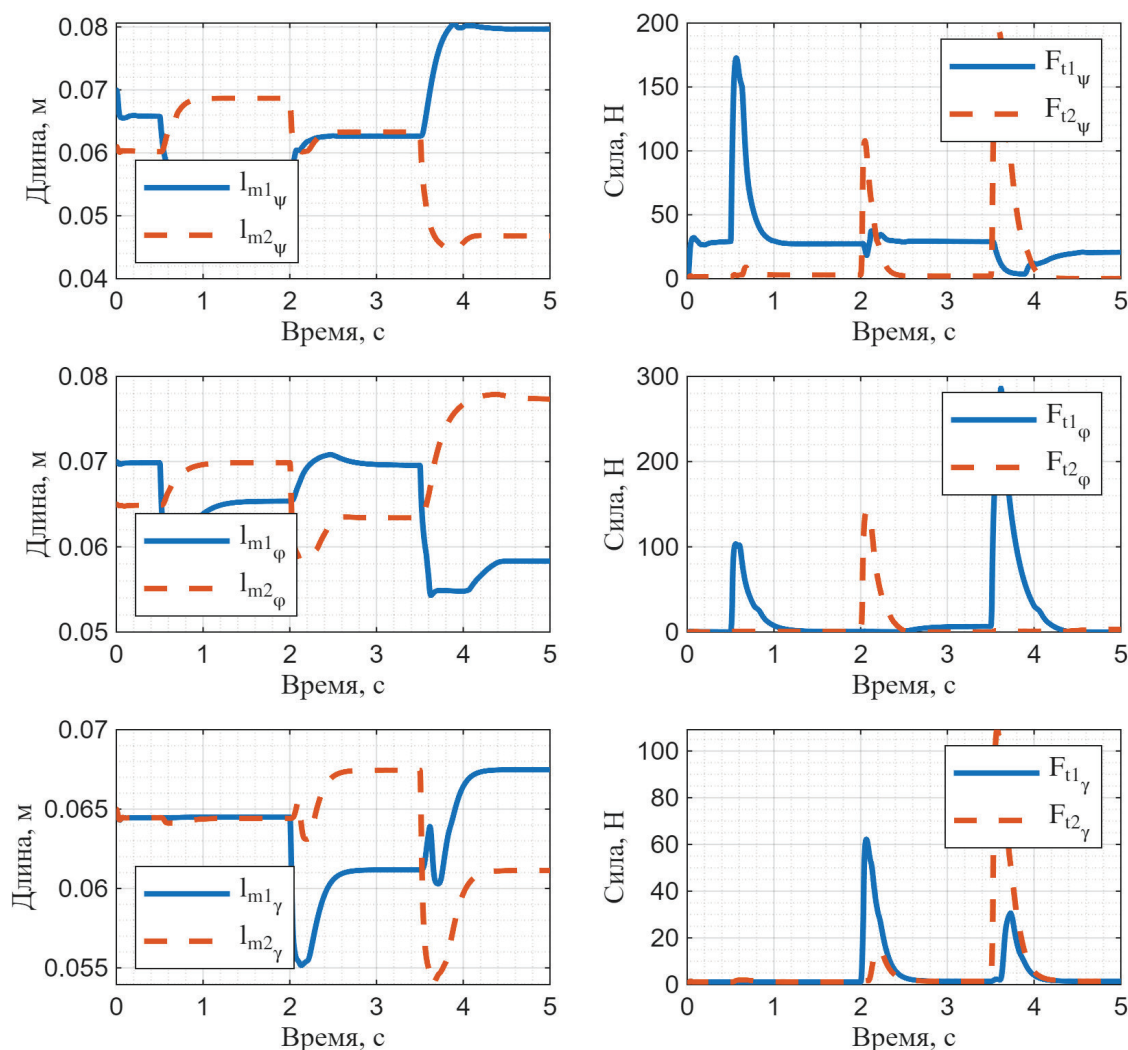


Рис. 4. Длина мышц и сила натяжения сухожилий

Fig. 4. Muscle length and tendon force

Динамика изменения длин мышц и сил сухожилий носит непрерывный и физиологически правдоподобный характер: отсутствуют скачкообразные изменения и неестественные значения усилий. Это свидетельствует о корректной реализации трёхкомпонентной модели Хилла и согласованности динамики мышечно-сухожильного комплекса с контуром регулирования.

Выводы

В работе представлена математическая модель системы регулирования биотехнической системы на примере

лучезапястного сустава, включающая модель движения сустава в трёх плоскостях с учётом перекрёстных связей и мышечно-сухожильную модель на основе трёхкомпонентной модели Хилла. Формирование моментов реализовано с учётом антагонистического характера работы мышечных групп, что позволяет физиологически достоверно описать мышечно-суставные усилия.

Для проверки предложенной математической модели системы регулирования биотехнической системы на примере лучезапястного сустава были проведены вычислительные экспери-

менты, которые показали, что разработанная система регулирования обеспечивает устойчивое и точное перемещение сустава в заданные положения. Переходные процессы характеризуются отсутствием статической ошибки и перерегулирования, что подтверждает корректность настройки регуляторов и функционирования замкнутой системы.

Анализ полученных результатов изменений длин мышц и сил натяже-

ния сухожилий продемонстрировал согласованную работу пар мышц. Таким образом, предложенная модель адекватно описывает взаимосвязь управляющих воздействий, мышечной динамики и движения сустава и может быть использована для дальнейших исследований в области моделирования и управления биотехническими системами.

Список литературы

1. Finite Element Modeling of the Human Wrist: A Review / A. Mena, R. Wollstein, J. Baus, J. Yang // *Journal of Wrist Surgery*. 2023. Vol. 12, N 6. P. 478–487. <https://doi.org/10.1055/s-0043-1768930>.
2. Biomechanical models in the lower-limb exoskeletons development: a review / V. Firouzi, A. Seyfarth, S. Song, O. Stryk, M. A. Sharbafi // *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*. 2025. Vol. 22, N 1. P. 1–20. <https://doi.org/10.1186/s12984-025-01556-5>.
3. Multibody Models of the Thoracolumbar Spine: A Review on Applications, Limitations, and Challenges / T. Lerchl, K. Nispel, T. Baum, J. Bodden, V. Senner, J. S. Kirschke // *Bioengineering*. 2023. Vol. 10, N 2. P. 202. <https://doi.org/10.3390/bioengineering10020202>.
4. Comparative study regarding the stability of a proximal ulnar stump with or without distal oblique bundle reconstruction during the Sauvé-Kapandji procedure: a finite-element analysis / S. Yin, C. Zhang, Y. Huang, J. Pan, X. Wang, X. Liu // *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*. 2025. Vol. 12, P. 1482747. <https://doi.org/10.3389/fbioe.2024.1482747>.
5. Mechanical Effects of Wrist Position at the Wrist Joint: A Finite Element Analysis / T. Nomoto, M. Yusuke, Y. Takahiro, T. Suzuki, S. Ohtori // *Journal of Hand Surgery Global Online*. 2025. Vol. 7, N 4. P. 100747. <https://doi.org/10.1016/j.jhsg.2025.100747>.
6. Investigating the biomechanical behaviour of tendon-loaded wrist joint using web-like kinematic network model / I. S. Mat Jais, Y. R. Wong, D. A. McGrouther, H-L. Leo // *Journal of Biomechanics*. 2024. Vol. 172. P. 112210. <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2024.112210>.
7. Pneumatically Actuated Soft Robotic Hand and Wrist Exoskeleton for Motion Assistance in Rehabilitation / T. Ridremont, I. Singh, B. Bruzek, A. Jamieson, Y. Gu, R. Merzouki, M. B. J. Wijesundara // *Actuators*. 2024. Vol. 13, N 5. P. 180. <https://doi.org/10.3390/act13050180>.
8. Di Gregorio R. Design of Novel Human Wrist Prostheses Based on Parallel Architectures: Dimensional Synthesis and Kinetostatics // *Biomimetics*. 2025. Vol. 10, N 1. P. 44. <https://doi.org/10.3390/biomimetics10010044>.

9. Wakeling J. M., Febrer-Nafria M., De Groot F. A Review of the Efforts to Develop Muscle and Musculoskeletal Models for Biomechanics in the Last 50 Years // *Journal of Biomechanics*. 2023. Vol. 155. P. 111657. <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2023.111657>.
10. Multi-scale modeling and simulation of skeletal muscles with different fatigue degrees based on microphysiology / M. Wang, D. Jin, H. Wang, X. Xu, S. Zheng // *Scientific Reports*. 2025. Vol. 15, N 1. P. 11020. <https://doi.org/10.1038/s41598-025-87443-4>.
11. Modeling of active skeletal muscles: a 3D continuum approach incorporating multiple muscle interactions / W. Zeng, D. R. Hume, Y. Lu, C. Fitzpatrick, C. Babcock, C. Myers, P. Rullkoetter, K. Shelburne // *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*. 2023. Vol. 11. P. 1153692. <https://doi.org/10.3389/fbioe.2023.1153692>.
12. Development, validation, and biomechanical evaluation of a high-fidelity finite element model of the forearm musculoskeletal system / Rg. Shang, Sy. Xie, Lq. Liao, Gz. Qin, X. Zhu, Z. Wang, J. Xei, Y. Li, H. Yang, R. Gu // *BMC Musculoskelet Disord*. 2026. Vol. 20, N 199. P. 223. <https://doi.org/10.1186/s12891-026-09672-6>.
13. Numerical instability of Hill-type muscle models / S. H. Yeo, J. Verheul, W. Herzog, X. Xu, S. Zheng // *Journal of The Royal Society Interface*. 2023. Vol. 27, N 199. P. 20220430. <https://doi.org/10.1098/rsif.2022.0430>.
14. Hill-Type Models of Skeletal Muscle and Neuromuscular Actuators: A Systematic Review / A. H. Caillet, A. T. M. Phillips, C. Carty, D. Farina, L. Modenese // *IEEE Reviews in Biomedical Engineering*. 2025. Vol. 19. P. 159–181. <https://doi.org/10.1109/RBME.2025.3593185>.
15. Optimal fibre length and maximum isometric force are the most influential parameters when modelling muscular adaptations to unloading using Hill-type muscle models / J. Cowburn, G. Serrancolí, S. Colyer, D. Cazzola // *Frontiers in Physiology*. 2024. Vol. 15. P. 1347089. <https://doi.org/10.3389/fphys.2024.1347089>.
16. Applying a muscle fatigue model when optimizing load-sharing between muscles for short-duration high-intensity exercise: A preliminary study / F. Michaud, L. A. Frey-Law, U. Lúgrís, L. Cuadrado, J. Figueroa-Rodríguez, J. Cuadrado // *Frontiers in Physiology*. 2023. Vol. 14. P. 1167748. <https://doi.org/10.3389/fphys.2023.1167748>.
17. A forward dynamics framework for parameter optimization of the EMG-driven musculoskeletal model / H. Xie, Y. Wang, T. Liu, S. Yan, Y. Zhang, K. Zhang, X. Song // *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*. 2026. Vol. 23. P. 91. <https://doi.org/10.1186/s12984-025-01752-3>.
18. Musculoskeletal Modeling of the Wrist via a Multi Body Simulation / J. Eschweiler, M. Praster, V. Quack, R. Michalik, F. Hildebrand, B. Rath, F. Migliorini // *Life*. 2022. Vol. 12, N 4. P. 581. <https://doi.org/10.3390/life12040581>.
19. An EMG-Driven Musculoskeletal Model for Estimation of Wrist Kinematics Using Mirrored Bilateral Movement / Y. Zhao, L. Zhenhong, Z. Zhiqiang, K. Qian, S. Xie // *Biomedical Signal Processing and Control*. 2023. Vol. 81. P. 104480. <https://doi.org/10.1016/j.bspc.2022.104480>.

20. A Musculoskeletal Model of the Hand and Wrist Capable of Simulating Functional Tasks / D. C. McFarland, B. I. Binder-Markey, J. A. Nichols, S. J. Wohlman, M. de Bruin, W. M. Murray // *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*. 2023. Vol. 70, N 5. P. 1424–1435. <https://doi.org/10.1109/TBME.2022.3217722>.
21. Scherbak O. Yu., Maslennikov A. L. Biotechnical system based on the wrist joint control system tuning via genetic algorithm // *Russian Journal of Biomechanics*. 2025. Vol. 29, N 2. P. 116–122. <https://doi.org/10.15593/RJBiomech/2025.2.11>.
22. The Simultaneous Model-Based Estimation of Joint, Muscle, and Tendon Stiffness is Highly Sensitive to the Tendon Force-Strain Relationship / C. P. Cop, K. L. Jakubowski, A. C. Schouten, B. Koopman, E. J. Perreault, M. Sartori // *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*. 2024. Vol. 71, N 3. P. 987–997. <https://doi.org/10.1109/TBME.2023.3324485>.
23. Koussou A., Dumas R., Desailly E. A procedure and model for the identification of uni- and biarticular structures passive contribution to inter-segmental dynamics // *Scientific Reports*. 2023. Vol. 13. P. 10535. <https://doi.org/10.1038/s41598-023-37357-w>.
24. Mechanical Modeling of the Dynamic Response of the Knee Joint Angle in the Evaluation of Muscle Nerve Response and Energy Consumption / L. Hongyan, B. Zhao, Q. Wang, J. Lee, L. Liu, P. Xu, J. Park // *Journal of Biomechanics*. 2025. Vol. 182. P. 112565. <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2025.112565>.
25. Elbow Joint Stiffness Functional Scales Based on Hill's Muscle Model and Genetic Optimization / M. Radmilović, D. Urukalo, M. M. Janković, S. D. Dujović, T. J. D. Tomić, M. Trumić, K. Jovanović // *Sensors*. 2023. Vol. 23. P. 1709. <https://doi.org/10.3390/s23031709>.
26. Zhao Y., Ding S., Todoh M. Validate the force-velocity relation of the Hill's muscle model from a molecular perspective // *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*. 2022. Vol. 10. P. 1006571. <https://doi.org/10.3389/fbioe.2022.1006571>.
27. Full Hill-type muscle model of the I1/I3 retractor muscle complex in *Aplysia californica* / R. Sukhnandan, Q. Chen, J. Shen, S. Pao, Y. Huan, G. P. Sutton, J. P. Gill, H. J. Chiel, V. A. Webster-Wood // *Biological Cybernetics*. 2024. Vol. 118. P. 165–185. <https://doi.org/10.1007/s00422-024-00990-3>.
28. Muscle-tendon mechanics resolve the trade-off between energy-efficient and robust locomotion / M. Araz, T. Siebert, A. Badri-Spröwitz, S. Schmitt, D. F. B. Haeufle // *Biology Letters*. 2025. Vol. 21, N 11. P. 20250200. <https://doi.org/10.1098/rsbl.2025.0200>.
29. Масленников А. Л., Щербак О. Ю. Настройка системы регулирования сферического маятника с использованием генетического алгоритма по желаемому переходному процессу // *Автоматизация. Современные технологии*. 2026. Т. 80, № 2. С. 51–58. <https://doi.org/10.36652/0869-4931-2026-80-2-51-58>.
30. Assessment of synergy-assisted EMG-driven NMSK model for upper limb muscle activation prediction in cross-country sit-skiing double poling / X. Chen, Z. Yuan, X. Gao, Y. Zhang, C. Liu, B. Huo // *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*. 2025. Vol. 13. P. 1585127. <https://doi.org/10.3389/fbioe.2025.1585127>.

References

1. Mena A., Wollstein R., Baus J., Yang J. Finite Element Modeling of the Human Wrist: A Review. *Journal of Wrist Surgery*. 2023;12(6):478-487. <https://doi.org/10.1055/s-0043-1768930>.
2. Firouzi V., Seyfarth A., Song S., Stryk O., Sharbafi M.A. Biomechanical models in the lower-limb exoskeletons development: a review. *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*. 2025;22(1):1-20. <https://doi.org/10.1186/s12984-025-01556-5>.
3. Lerchl T., Nispel K., Baum T., Bodden J., Senner V., Kirschke J.S. Multibody Models of the Thoracolumbar Spine: A Review on Applications, Limitations, and Challenges. *Bioengineering*. 2023;10(2):202. <https://doi.org/10.3390/bioengineering10020202>.
4. Yin S., Zhang C., Huang Y., Pan J., Wang X., Liu X. Comparative study regarding the stability of a proximal ulnar stump with or without distal oblique bundle reconstruction during the Sauvé-Kapandji procedure: a finite-element analysis. *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*. 2025;12:1482747. <https://doi.org/10.3389/fbioe.2024.1482747>.
5. Nomoto T., Yusuke M., Takahiro Y., Suzuki T., Ohtori S. Mechanical Effects of Wrist Position at the Wrist Joint: A Finite Element Analysis. *Journal of Hand Surgery Global Online*. 2025;7(4):100747. <https://doi.org/10.1016/j.jhsg.2025.100747>.
6. Mat Jais I.S., Wong Y.R., McGrouther D.A., Leo H-L. Investigating the biomechanical behaviour of tendon-loaded wrist joint using web-like kinematic network model. *Journal of Biomechanics*. 2024;172:112210. doi: 10.1016/j.jbiomech.2024.112210.
7. Ridremont T., Singh I., Bruzek B., Jamieson A., Gu Y., Merzouki R., Wijesundara M.B.J. Pneumatically Actuated Soft Robotic Hand and Wrist Exoskeleton for Motion Assistance in Rehabilitation. *Actuators*. 2024;13(5):180. <https://doi.org/10.3390/act13050180>.
8. Di Gregorio R. Design of Novel Human Wrist Prostheses Based on Parallel Architectures: Dimensional Synthesis and Kinetostatics. *Biomimetics*. 2025;10(1):44. <https://doi.org/10.3390/biomimetics10010044>.
9. Wakeling J.M., Febrer-Nafria M., De Groote F. A Review of the Efforts to Develop Muscle and Musculoskeletal Models for Biomechanics in the Last 50 Years. *Journal of Biomechanics*. 2023;155:11657. <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2023.111657>.
10. Wang M., Jin D., Wang H., Xu X., Zheng S. Multi-scale modeling and simulation of skeletal muscles with different fatigue degrees based on microphysiology. *Scientific Reports*. 2025;15:11020. <https://doi.org/10.1038/s41598-025-87443-4>.
11. Zeng W., Hume D.R., Lu Y., Fitzpatrick C., Babcock C., Myers C., Rullkoetter P., Shelburne K. Modeling of active skeletal muscles: a 3D continuum approach incorporating multiple muscle interactions. *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*. 2023;11:1153692. <https://doi.org/10.3389/fbioe.2023.1153692>.
12. Shang Rg., Xie Sy., Liao Lq., Qin Gz., Zhu X., Wang Z., Xei J., Li Y., Yang H., Gu R. Development, validation, and biomechanical evaluation of a high-fidelity finite element model of the forearm musculoskeletal system. *BMC Musculoskelet Disord*. 2026;27(1):223. <https://doi.org/10.1186/s12891-026-09672-6>.

13. Yeo S.H., Verheul J., Herzog W., Xu X., Zheng S. Numerical instability of Hill-type muscle models. *Journal of The Royal Society Interface*. 2023;27(199):20220430. <https://doi.org/10.1098/rsif.2022.0430>.
14. Caillet A.H., Phillips A.T.M., Carty C., Farina D., Modenese L. Hill-Type Models of Skeletal Muscle and Neuromuscular Actuators: A Systematic Review. *IEEE Reviews in Biomedical Engineering*. 2025;19:159-181. <https://doi.org/10.1109/RBME.2025.3593185>.
15. Cowburn J., Serrancolí G., Colyer S., Cazzola D. Optimal fibre length and maximum isometric force are the most influential parameters when modelling muscular adaptations to unloading using Hill-type muscle models. *Frontiers in Physiology*. 2024;15:1347089. <https://doi.org/10.3389/fphys.2024.1347089>.
16. Michaud F., Frey-Law L.A., Lúgrís U., Cuadrado L., Figueroa-Rodríguez J., Cuadrado J. Applying a muscle fatigue model when optimizing load-sharing between muscles for short-duration high-intensity exercise: A preliminary study. *Frontiers in Physiology*. 2023;14:1167748. <https://doi.org/10.3389/fphys.2023.1167748>.
17. Xie H., Wang Y., Liu T., Yan S., Zhang Y., Zhang K., Song X. A forward dynamics framework for parameter optimization of the EMG-driven musculoskeletal model. *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*. 2026;23:91. <https://doi.org/10.1186/s12984-025-01752-3>.
18. Eschweiler J., Praster M., Quack V., Michalik R., Hildebrand F., Rath B., Migliorini F. Musculoskeletal Modeling of the Wrist via a Multi Body Simulation. *Life*. 2022;12(4):581. <https://doi.org/10.3390/life12040581>.
19. Zhao Y., Zhenhong L., Zhiqiang Z., Qian K., Xie S. An EMG-Driven Musculoskeletal Model for Estimation of Wrist Kinematics Using Mirrored Bilateral Movement. *Biomedical Signal Processing and Control*. 2023;81:104480. <https://doi.org/10.1016/j.bspc.2022.104480>.
20. McFarland D.C., Binder-Markey B.I., Nichols J.A., Wohlman S.J., de Bruin M., Murray W.M. A Musculoskeletal Model of the Hand and Wrist Capable of Simulating Functional Tasks. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*. 2023;70(5):1424-1435. <https://doi.org/10.1109/TBME.2022.3217722>.
21. Scherbak O.Yu., Maslennikov A.L. Biotechnical system based on the wrist joint control system tuning via genetic algorithm. *Russian Journal of Biomechanics*. 2025;29(2):116-122. <https://doi.org/10.15593/RJBiomech/2025.2.11>.
22. Cop C. P., Jakubowski K. L., Schouten A. C., Koopman B., Perreault E.J., Sartori M. The Simultaneous Model-Based Estimation of Joint, Muscle, and Tendon Stiffness is Highly Sensitive to the Tendon Force-Strain Relationship. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*. 2024;71(3):987-997. <https://doi.org/10.1109/TBME.2023.3324485>.
23. Koussou A., Dumas R., Desailly E. A procedure and model for the identification of uni- and biarticular structures passive contribution to inter-segmental dynamics. *Scientific Reports*. 2023;13:10535. <https://doi.org/10.1038/s41598-023-37357-w>.
24. Hongyan L., Zhao B., Wang Q., Lee J., Liu L., Xu P., Park J. Mechanical Modeling of the Dynamic Response of the Knee Joint Angle in the Evaluation of Muscle Nerve

Response and Energy Consumption. *Journal of Biomechanics*. 2025;182:112565. <https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2025.112565>.

25. Radmilović M., Urukalo D., Janković M.M.; Dujović S.D., Tomić T.J.D., Trumić M., Jovanović K. Elbow Joint Stiffness Functional Scales Based on Hill's Muscle Model and Genetic Optimization. *Sensors*. 2023;23:1709. <https://doi.org/10.3390/s23031709>.

26. Zhao Y., Ding S., Todoh M. Validate the force-velocity relation of the Hill's muscle model from a molecular perspective. *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*. 2022;10:1006571. <https://doi.org/10.3389/fbioe.2022.1006571>.

27. Sukhnandan R., Chen Q., Shen J., Pao S., Huan Y., Sutton G.P., Gill J.P., Chiel H.J., Webster-Wood V.A. Full Hill-type muscle model of the I1/I3 retractor muscle complex in *Aplysia californica*. *Biological Cybernetics*. 2024;118:165–185. <https://doi.org/10.1007/s00422-024-00990-3>.

28. Araz M., Siebert T., Badri-Spröwitz A., Schmitt S., Haeufle D.F.B. Muscle-tendon mechanics resolve the trade-off between energy-efficient and robust locomotion. *Biology Letters*. 2025;21(11):20250200. <https://doi.org/10.1098/rsbl.2025.0200>.

29. Maslennikov A.L., Shcherbak O.Yu. A control system adjustment of the spherical pendulum using a genetic algorithm based on a desired transient process. *Avtomatizatsiya. Sovremennye tekhnologii = Automation. Modern Technologies*. 2026;80(2):51–58. (In Russ.) <https://doi.org/10.36652/0869-4931-2026-80-2-51-58>.

30. Chen X., Yuan Z., Gao X., Zhang Y., Liu C., Huo B. Assessment of synergy-assisted EMG-driven NMSK model for upper limb muscle activation prediction in cross-country sit-skiing double poling. *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*. 2025;13:1585127. <https://doi.org/10.3389/fbioe.2025.1585127>.

Информация об авторах / Information about the Authors

Щербак Ольга Юрьевна, ассистент кафедры систем автоматического управления, Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, г. Москва, Российская Федерация, e-mail: scherbak.olga.j@bmstu.ru, ORCID: 0000-0002-1826-910X

Olga Y. Scherbak, Assistant at the Department of Automatic Control Systems, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation, e-mail: scherbak.olga.j@bmstu.ru, ORCID: 0000-0002-1826-910X

Масленников Андрей Леонидович, старший преподаватель кафедры системы автоматического управления, Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, г. Москва, Российская Федерация, e-mail: amas@bmstu.ru, ORCID: 0000-0001-9061-4193

Andrey L. Maslennikov, Senior Lecturer at the Department of Automatic Control Systems, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation, e-mail: amas@bmstu.ru, ORCID: 0000-0001-9061-4193